PCSI - Lycée Champollion **TP Maple n^o 2**

Les 14 et 21 Octobre, et le 4 Novembre 2005

Listes, séquences, et lignes polygonales

`http://stephane.gonnord.org/`

Avant de commencer le TP, on sortira feuilles de papier de brouillon et crayons ; puis on sauvera immédiatement sa feuille de travail dans son répertoire personnel.

1 Manipulation de séquences, listes, ensembles

Maple : seq, sum, fibonacci, with, combinat, ithprime, while...do...od, nextprime

L'objectif de ce paragraphe est de maîtriser les manipulations de bases sur les suites, listes et ensembles. Ceci est une suite (*sequence*) : `3,pouet,1,hop,3`; ceci est une liste : `[3,pouet,1,hop,3]`, et ceci est un ensemble : `{3,9,hop,pouet}`. On "deshabille" une liste ou un ensemble pour en faire une suite via la fonction `op` ; on accède au nombre d'éléments d'une liste ou d'un ensemble via la fonction `nops`, et enfin on accède au k-ième élément d'une liste `l` (ou d'un ensemble, mais c'est plus dangereux) via `l[k]`. On peut créer automatiquement une suite (donc, quitte à l'habiller, une liste ou un ensemble) par la fonction **très utile** `seq`.

1. Donner la suite des carrés des entiers de 1 à 15 : `1,4,...,225`, puis la suite constituée des sommes $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$, pour n allant de 1 à 15, et enfin la suite des 10 premiers nombres de Fibonacci[1].
2. Créer la liste constituée des 50 premiers nombres premiers.
3. Créer la liste `[{1,1},{2,9},...,{10,3025}]` constituée des ensembles $\left\{k, \displaystyle\sum_{i=1}^{k} i^3\right\}$ pour k allant de 1 à 10.
4. Plus dur et optionnel : créer l'ensemble constitué de tous les nombres premiers qui sont inférieurs ou égaux à 1000. Cela en fait combien ?
   On pourra utiliser une boucle `while...do...od`. *On peut travailler avec une suite* `s` *à laquelle on ajoute progressivement des entiers premiers successifs, tant que ceux-ci sont* ≤ 1000.

2 Dessinons des lignes polygonales

Maple : plot,seq,if...then, for...to...do...od, with,display

La fonction `plot` ne sert pas qu'à tracer des graphes de fonctions : on peut aussi s'en servir pour représenter des lignes brisées. La syntaxe est

```
plot([[x1,y1],[x2,y2],...,[xn,yn]]);
```

on lui donne donc à manger *une liste de listes.*

1. Pour débuter, tracer la ligne polygonale reliant les points de coordonnées $(1;2)$, $(3;-1)$, $(-2;-1)$ et $(3;1)$.

[1]Vous ne savez pas ce que c'est ? Demandez à Maple...

2. Représenter un polygone régulier à N cotés, pour $N = 5$, $N = 10$ et $N = 30$.
3. On s'intéresse ici à la suite u définie par son premier terme $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sin(u_n)$.
   (a) Définir une fonction `u` prenant en entrée un entier n et retournant u_n. *On pourra utiliser la construction* `if...then...else...fi`.
   (b) Donner la valeur des 10 premiers termes. Si le résultat ne correspond pas à votre attente (...), réécrire la fonction `u`!
   Dans la suite, on souhaite représenter de façon classique[2] la suite u sur le graphe de f : on part du point (u_0, u_0), qu'on fait "tomber sur le graphe de f" pour obtenir le point (u_0, u_1) ; on se déplace alors horizontalement pour récupérer (u_1, u_1) ; on retombe sur (u_1, u_2), etc...
   (c) Ecrire la *suite* constituée des 41 premiers points de cet escalier, allant donc de (u_0, u_0) à (u_{20}, u_{20}).
   On pourra utiliser une boucle `for...to...do...od`.
   (d) À l'aide de la fonction `display` du package `plots`, représenter sur un même dessin le graphe de la fonction sin, la droite d'équation $y = x$, et l'escalier.
   (e) La convergence vous semble-t-elle rapide ?
4. Refaire la même étude avec cette fois la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + \sin(u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   La différence de vitesse de convergence sera probablement expliquée en maths, à l'occasion d'un DM... ou d'un DS !

3 Une jolie spirale

On va représenter des spirales reliant le point $A(1, 0)$ au point $B(4, 0)$. Le point de vue *continu* consiste à décrire la courbe en polaire $\rho = K^\theta$ (avec K bien choisi), alors que le point de vue *discret* consiste à faire des rotations/homothéties successives centrées en l'origine pour passer de A à B. Si on fait N étapes, l'angle θ et le rapport ρ doivent donc vérifier $N\theta = 2\pi$ et $\rho^N = 4$, soit encore : $\theta = \dfrac{2\pi}{N}$ et $\rho = 4^{1/N}$. Le k-ième point est repéré par les coordonnées polaires $\left(k\theta, \rho^k\right)$, donc par les coordonnées cartésiennes $A_k\left(\rho^k \cos(k\theta), \rho^k \sin(k\theta)\right)$, et ceci pour tout $k \in [\![0, N]\!]$.

Les dessins seront faits avec plusieurs valeurs de N ; il est donc conseillé de définir les objets à l'aide de N, pour ne pas avoir à tout modifier à chaque fois.

1. Représenter la ligne polygonale reliant les points $A_0, A_1, ..., A_N$, pour $N = 4$, puis $N = 8, 16, 32$.
2. Représenter la courbe paramétrée donnée par la représentation cartésienne $\begin{cases} x(t) &= 2^{t/\pi}\cos t \\ y(t) &= 2^{t/\pi}\sin t \end{cases}$ pour $t \in [0, 2\pi]$.
3. Représenter sur un même dessin la courbe précédente, et les lignes polygonales pour $N \in \{4, 8, 16\}$.

[2] enfin... disons classique jusqu'à il y a quelques années !